

第2学年6組 数学科学習指導案

平成6年12月5日（月）第3校時
指導者 加須市立加須東中学校
教諭 村田和夫

1. 題材 不等式

2. 題材について

(1) 小学校では、第2学年で、数量の大小を不等号「 $>$ 」「 $<$ 」を用いて表すこと、第5学年で、分数の大小を調べることを扱っており、数についての大小の判断ができるようになっている。また、第6学年で、それまでの数についての学習のまとめとして、数の相等や大小関係が決まること及び数直線の理解を深めている。

中学校では、第1学年で、数量の相等関係の考察から方程式を扱い、その中の文字や解の意味について理解させ、さらに、等式の性質を導入し、それを用いて方程式が解けるようにしている。また、関数の変域の表し方と関連して、不等号「 \leq 」「 \geq 」を取り扱っている。

第2学年では、方程式で学習した事柄が、不等式の学習に発展し、活用されることになる。方程式や不等式を未知数や変数 x についての条件を表す式という見方にとらえさせることによって、方程式と不等式を統一的にみることができるようにし、そのことによって、方程式や不等式についての理解を一層深める。また、不等式の解は、変数に特別の制限がある場合を除いて、無数の解を持つのが普通であり、したがって、一定の範囲にある数の集合として表される。このことが一次方程式と異なる点であることを理解させる。

さらに、不等式の解法については、等式の性質との対比から、不等式の性質を導き、それを用いて解を求めることができるようにする。

(2) 不等式の指導は、既習事項を十分活用するという面や、その理解を一層深める面からも大切な題材である。しかし、生徒の実態を考えた場合、基本的な計算はできても、文章問題を把握し、そこに表されている関係を立式するというに難しさを感じている。特に、文字を用いて式に表すということがかなり苦手のようなのである。また、中学2年生にもなると、生徒一人一人の学力差が大きくなり、式の意味や立式のしかたが十分に理解できていない生徒がかなりいるように思える。

この現状を踏まえた上で不等式を指導していくわけだが、単に形式的に教えていくのではなく、実際問題における数量の関係が、相等関係になっている場合だけでなく、大小関係になっている場合も多いことを知らせ、意欲的に取り組ませることが大切である。また、内容を図に表したり、教材、教具を活用して、大小関係の把握がしやすいように工夫したり、自力解決の時間を十分にとってじっくり考えさせていきたい。

3. 本校の研究主題との関連

本校の研究主題が、「学習指導法の改善」に設定され、その具現化の方策として、個に応じた学習指導を進めるための工夫に重点がおかれている。そこで、数学科としては、日々の授業において次のことに留意して取り組んでいる。

- ・課題の工夫……生徒の興味、関心を高め、数学的思考が深められるもの。能力に応じて、その子なりの解決方法が見いだせるもの。
- ・課題解決のための手だて……生徒の思考を活発にするための発問、助言。思考を助けるための教材、教具の活用。思考する時間の確保など。

4. 目標

数量の大小関係を不等式に表し、これを用いて問題の解決が形式的にできるようにする。

- (1) 数量の大小関係を不等式に表せるようにし、不等式とその解の意味を理解させる。
- (2) 不等式の性質を理解させ、それを使って一元一次不等式を解くことができるようにし、これを問題解決に利用できるようにする。

5. 指導計画

(1) 不等式とその性質	3時間（本時1/3）
(2) 不等式の解き方	3時間
(3) 問題	1時間

6. 本時の学習

(1) 本時の目標

日常事象の中における数量の大小関係を不等号を用いて表そうとしたり、方程式と比較して考えようとする能力や態度を育てる。

- ・不等号の便利さを知り、積極的に用いようとする。(関心・意欲・態度)
- ・日常事象から数量の大小関係を見つけ出すことができる。(数学的な見方や考え方)
- ・数量の関係を不等号を用いて表すことができる。(表現・処理)
- ・不等式の意味、不等式の解の意味について理解する。(知識・理解)

(2) 個に応じた学習指導を進めるための工夫

① 課題の工夫

本時の授業では、具体的なもので、生徒の興味を引くような課題を2つ設定し、しかも、その2つに関連性を持たせた。

課題1では、特に、生徒の能力に応じていろいろな方法で解決できるものとして、金額の大小関係を考えてみた。操作活動、表の活用、算数的な考え、方程式、不等式の利用など、多様な解決方法が考えられ、それぞれの方法のよさを知り、その中で、方程式、不等式の理解を深めていきたい。また、この課題の不等式の解は有限個あり、方程式の場合と異なることに気づかせたい。

課題2では、量についての大小関係を扱い、しかも、簡単に立式できるものを考えてみた。そして、この課題の不等式の解が無限個になることを数直線を用いて視覚的にとらえさせていきたい。そして、この2つの課題を考察することによって、不等式の解についての理解が一層深められると思われる。

② 課題解決のための手だて

ア. 課題を理解する段階で

課題1では、兄の財布(10円玉だけが入っている。)と弟の財布(5円玉だけが入っている。)から同じ枚数の硬貨を取り出したとき、財布の中の金額の大小関係がどうであるかを考えさせる。これは、生徒にとって身近な問題であるように思える。

まず、教具を用いながら、1枚ずつ硬貨を取り出したときの残りの金額がどうであるかを問いかける。同様にして、2枚ずつ取り出したときを考えさせる。そのあと課題1を自力解決させるわけだが、先程、1枚、2枚のときを取り上げたことが、解法の1つである順序の考え(操作活動、表の活用)の糸口になるものと思われる。

イ. 課題を追求する段階で

課題解決の段階で、順序の考えで解けた生徒には、もっと早く求められる方法がないか考えさせる。算数的な考えで解いた生徒には、順思考で立式できないか考えさせる。方程式で解いた生徒には、より一層課題にあった式表現ができないか考えさせ、多角的に問題をとらえさせる。机間指導する中で、代表的なものとして、操作活動、表の活用、算数的な考え、方程式の利用を選び、その考えを発表させる。不等式で解いた生徒がいた場合は、式の立て方に重点をおいて、解き方の深入りは避けるようにする。

また、それぞれの解法を知る中で、方程式では、課題を正しく式表現したことにはならず、不等号を用いての式表現が適切であることを理解させる。

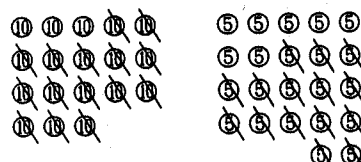
ウ. 課題を解決し、反省させ、発展させる段階で

不等式の解法として、代入によって不等式を成り立たせる値を求めることができることを知らせ、不等式の解を定義する。その後、この不等式の解を考えさせるために、表を与え、代入計算の練習を兼ねながら両辺の値を比較させ、不等号を記入していく。その結果、この不等式の解は4つあり、方程式の場合と異なることに気づかせる。さらに、課題2において、量についての不等式では、解が無限個考えられることを数直線を利用して理解させる。

(3) 評価

- ・課題1において、自分なりに解決方法を見いだして、取り組もうとしたか。さらに、よりよい解決方法がないか考えようとしたか。
- ・簡単な数量の大小関係を不等式に表し、解を見いだすことができたか。

(4) 本時の展開

学習の流れ	予想される生徒の反応	教師の手だて	見方, 考え方など																																														
<p>①課題1を提示する。</p> <p>課題1</p> <p>一郎君の母は、入院して1カ月になります。早くよくなるようにと、弟と近くの神社に毎朝祈願することになりました。一郎君のサイフには、10円玉が18枚、弟のサイフには、5円玉が22枚だけ入っています。毎回、そこから1枚ずつ硬貨を取り出して、さいせん箱に入れ、どちらかのサイフがからになるまで、この祈願を続けることにしました。</p> <p>ある日、祈願を終えたあと、お互いのサイフの中を見たら、弟の金額の方が多くなっていました。祈願を始めてから何日目のことだったでしょうか。</p>		<p>・課題は、プリントして配布する</p>																																															
<p>②課題の内容を把握する。</p> <p>③課題の解決をはかる。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・1日目はどちらの方が多いか。 ・2日目はどうか。 ・弟の方が多かったという事に気がついたのは、何日目か。(各自で考える。) 	<p>・1日目は、一郎君の方が多。</p> <p>・2日目も、一郎君の方が多。</p> <p>ア</p>  <p>それぞれの図の硬貨に、同じ数ずつ印をつけて残金を考えると、<u>15日目</u>に弟の方が多くなる。</p> <p>イ</p> <table border="1" data-bbox="393 1098 831 1501"> <thead> <tr> <th>日数</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> <th>7</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>一郎君の残金</td> <td>170</td> <td>160</td> <td>150</td> <td>140</td> <td>130</td> <td>120</td> <td>110</td> </tr> <tr> <td>弟の残金</td> <td>105</td> <td>100</td> <td>95</td> <td>90</td> <td>85</td> <td>80</td> <td>75</td> </tr> </tbody> </table> <p>8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18</p> <table border="1" data-bbox="393 1300 831 1501"> <tbody> <tr> <td>100</td> <td>90</td> <td>80</td> <td>70</td> <td>60</td> <td>50</td> <td>40</td> <td>30</td> <td>20</td> <td>10</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>70</td> <td>65</td> <td>60</td> <td>55</td> <td>50</td> <td>45</td> <td>40</td> <td>35</td> <td>30</td> <td>25</td> <td>20</td> </tr> </tbody> </table> <p><u>15日目以後</u></p> <p>ウ</p> $180 - 110 = 70$ $10 - 5 = 5$ $70 \div 5 = 14$ $14 + 1 = 15 \quad \underline{15日目以後}$ <p>エ</p> $180 - 10x = 110 - 5x$ $-10x + 5x = 110 - 180$ $-5x = -70$ $x = 14$ $14 + 1 = 15 \quad \underline{15日目以後}$	日数	1	2	3	4	5	6	7	一郎君の残金	170	160	150	140	130	120	110	弟の残金	105	100	95	90	85	80	75	100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25	20	<p>・課題の内容が理解しやすいように、絵を提示する。</p> <p>・自力解決の時間を十分にとり、生徒の反応の様子をじっくり観察する。</p> <p>・必要に応じて、個別に助言する。</p> <p>・順序の考え(ア、イ)で求めた生徒には、さらにもっと早く求められる方法がないか考えさせる。</p> <p>・15日目だけと考える生徒が多いと思われるが、この段階では深入りせず、不等式の解を吟味するときに考えさせる。</p> <p>・算数的な考えで解いた生徒には、順思考で立式できないか考えさせる。</p> <p>・方程式で解いた生徒には、さらに問題に適した式表現ができないか考えさせる。</p>	<p>・2人の残金を求めて、比較すればよいことがわかる。</p> <p>・順序の考えで求める。 ア 操作活動 イ 表の活用</p> <p>・2人の残金の差が、1日ごとに5円ずつ縮まることに注目する。 ウ 算数的な考え</p> <p>・既習事項を活用する。 エ 方程式の利用</p>
日数	1	2	3	4	5	6	7																																										
一郎君の残金	170	160	150	140	130	120	110																																										
弟の残金	105	100	95	90	85	80	75																																										
100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0																																							
70	65	60	55	50	45	40	35	30	25	20																																							

④解き方を発表する。

⑤課題にあった式の表し方を考える。

⑥不等式の定義を知る。

⑦不等式が成り立つ値、成立たない値を考え、不等式の解の定義を知る。

オ $180 - 10x < 110 - 5x$

x	$180 - 10x$	大小	$110 - 5x$
×	$180 - 10 \times 13 = 50$	$>$	$110 - 5 \times 13 = 45$
×	$180 - 10 \times 14 = 40$	$=$	$110 - 5 \times 14 = 40$
○	$180 - 10 \times 15 = 30$	$<$	$110 - 5 \times 15 = 35$
○	$180 - 10 \times 16 = 20$	$<$	$110 - 5 \times 16 = 30$
○	$180 - 10 \times 17 = 10$	$<$	$110 - 5 \times 17 = 25$
○	$180 - 10 \times 18 = 0$	$<$	$110 - 5 \times 18 = 20$

不等式の解は、{15, 16, 17, 18}
 よって、課題1の答えは、15, 16, 17, 18日目のいずれかである。

- 代表的な4つの解き方(ア, イ, ウ, エ)をしている生徒を指名し、発表させる。
- 不等式を利用して解いた生徒がいた場合、式の立て方に重点をおいて発表してもらう。

・代入計算の練習を兼ねて、両辺の大小関係を表にまとめる。

・オの不等式の解は、方程式と違って有限個あるということに気づかせる。

・プリントして、配布する。

・方程式は、課題の式表現として不十分であることに気づく。

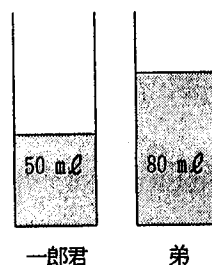
・文字式を数値化して考える。

・不等式の解は、1つだけでないことに気づく。

⑧課題2を提示する。

課題2

祈願がかなって母は無事退院することができ、その夜、ジュースで乾杯しました。現在一郎君のコップに50mℓ、弟のコップに80mℓのジュースが残っています。母は一郎君のコップにジュースを注いだところ、逆に一郎君の方が多くなりました。何mℓ注いだことになりますか。不等式を立てて考えてみましょう。

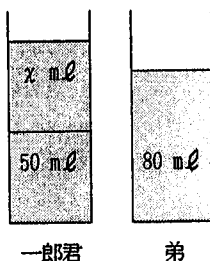


⑨課題の内容を把握し、解決をはかる。

- 何を x に置きかえて不等式を立てればよいか
- 立式する。

・増えたジュースの量

・ $50 + x > 80$

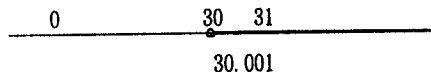


一郎君 弟

・ $80 - 50 = 30$ 30より大きい数

・ $50 + x = 80$

$x = 30$ 30より大きい数



$50 + 31 > 80$
 $50 + 30.001 > 80$

・30より少しでも大きければ、解になる。よって、課題2の答えは、30mℓより多い量になる。

・教具を用いて、課題の内容を説明する。

・図に表れている数値、文字に注目させて、立式させる。

・数直線を用いて、30より少しでも大きい数であれば、不等式に代入したときに成り立つことを理解させる。

・課題1, 2より、 x のとりうる値によって、不等式の解が有限個になる場合と、無限個になる場合があることを理解させる。

・変数を文字に置きかえる。
 ・それぞれの量に目を向け、その大小関係を式化する。

・逆算の方法
 ・方程式の利用

・量の大小関係を不等式に表したとき、その解は無限個あることに気づく。

⑩本時の内容をまとめる。

・課題1のプリントを配り、読む。

・画用紙の模型を提示する。

「それでは、今の内容を図で確認してみるよ。一郎君の財布には10円玉しか入っていないけど、全部でいくらあったのかな。」

◆ 180円

「弟の財布にはいくら入っていたかな。」

◆ 110円

「最初の段階では、一郎君の方が財布の中身は多かったわけだね。このあと、毎朝1枚ずつ効果を取り出して賽銭箱に入れるわけだけど、先ず、第一日目の祈願をしました。この段階では、どちらの財布の方が金額が多いですか。」

◆ 兄

「2日目の祈願を終えたあとではどうですか。」

◆ まだ兄の方が多い。

「ある日、お互いの財布の中を見たら、弟の方が多くなっていたというのだけど、祈願を始めてから何日目のことだったろうね。自分で考えて求めて下さい。」

（机間指導）

*解決方法が見いだせない生徒に対して

「3日目はどうかな。4日目は？」

*操作活動、表を用いている生徒に対して

「さらにもっとはやく求められる方法がないかな。」

*算数的な考えの生徒に対して

「それぞれの財布の中身をそのまま式に表すような方法は考えられないかな。」

*方程式で解いた生徒に対して

「さらに問題に適した式がつくれないかな。」

*不等式で解いた生徒に対して

「今までに習った内容で求めることもできないかな。」

・操作、表、算数、方程式を用いた生徒を指名して、黒板に内容を記入させ、考え方を発表させる。

・

操作しながら	表を用いて	差が5円ずつ縮まるから	x 日後に同じ金額になるとすると
--------	-------	-------------	--------------------

 のカードをその都度貼っていく。

「自分もこの方法で、或いはこの方法でもやってみたという人、どれ位いるかな。手を挙げてみて。」

※ 表の場合、途中を省略した形がかかせる。

1	2	3	13	14	15	16	17	18
170	160	150	50	40	30	20	10	0
105	100	95	45	40	35	30	25	20

・不等式を用いた生徒を指名し、その場で、式だけを発表させる。

・

x 日後に弟の方が多くなるすると

 のカードを貼る。

「このような式を立てた人どれ位いるかな。」

----- 不等式で解いた生徒がいなかった場合 -----
 「（方程式を見ながら・・・）より一層問題に適した式に表すことができないか考えてみることにするよ。一郎君の x 日後の財布の中身は $180 - 10x$ (円)、弟の財布の中身は $110 - 5x$ (円) だね。 x 日後に弟の方が金額が多いたら、ここにどんな記号が入るかな。」

「このように、不等号を用いて表した式を不等式と言います。」

・不等式、用語をプリントに記入させる。（その間に黒板に枠をかく。）

「それでは、この不等式が成り立つような x の値を見つけてみることにするよ。他の解き方では、答えが15日目となっているので、不等式の x に15前後の数字を代入して考えてみることにするよ。それでは、15に近い数字として13～18位までの数字で調べてみよう。」

「左辺の x に13を代入すると、 $180 - 10 \times 13 = ?$ 」

◆ 50

「右辺の x に13を代入すると、 $110 - 5 \times 13 = ?$ 」

◆ 45

「左辺と右辺では左辺の方が大きいから、ここ（大小の項目）に記号『>』大なりが入り、上の式と同じ不等号にならないね。よって、13は上の不等式が成り立つ値とは言えないね。」

・13の左側に『×』を記入する。

「それでは、 x が14, 15, ……の場合はどうかを同じように計算して調べて下さい。」

・一人指名し、黒板に記入させる。

「同じになった人？」

「ということは、上の式が成り立つ値は、15だけでなく、16, 17, 18も該当することになるね。大小の項目を見ると、14で左辺と右辺が等しくなり、そのあと上の不等式と同じ向きの不等号になっているね。よって、上の式が成り立つ x の値は14よりどんな数であると言えますか。」

◆ 14より大きい数

「この x の値のことを上の不等式の解と言います。式が成り立つ値ということで方程式の場合と同じです。」

「それでは、この問題の答えだけど、この表を見ると、15, 16, 17, 18日目が考えられますが、これより大きい数字も答えに含まれるかな。例えば、19日目の場合はどうですか。」

◆ 18日目で兄のサイフの中身がからになってしまったから、祈願はもう終わりである。よって、19日目はあてはまらない。

「ということは、15, 16, 17, 18日目のいずれかということになりますね。」

・課題2のプリントを配り、読む。

・画用紙の図を提示する。

「それでは、この内容を図で考えてみるよ。……………」

「不等式を立てて考えてみようということですが、この場合、何を x においたらいいですか。」

◆ 増えたジュースの量

・プリントの図に『 x ml』を記入させる。

「現在、一郎君のジュースが弟より多いという関係を、不等式に表して下さい。」

◆ $50 + x > 80$

「この不等式の解、即ち、この式が成り立つ x の値はどんな数であると言えますか。」

◆ 30より大きい数, 31以上の数

----- 反応がない場合 -----

「この式が成り立つ x の値として、例えばどんな数字が考えられますか。」

* 「30より大きい数」という反応をした場合

・数直線をかく。



「30より大きい数として、例えばどんな数が考えられるかな？」

◆ 31

「他には？」

◆ 32

「31より小さい数、例えば30.5はこの不等式の解であると言えますか。」

◆ 言える。

「30.001は？」

◆ 言える。

「ところで、この式が成り立つ x の値は何個ありますか。」

◆ 無限にある。

* 「31以上の数」という反応をした場合

・数直線をかく。



「ということは、この式が成り立つ x の値で、一番小さい数は31ということかな。それでいいですか。」

◆ 違う。30より少しでも大きい数であればよい。

「例えば？」

◆ 30.1, 30.02, ……

「ところで、この式が成り立つ x の値は何個ありますか。」

◆ 無限にある。

「よって、この問題の答えは、30mlより多い量と言えることになるね。」

「今日、学習した内容ですが、この2つの問題を式に表す場合、不等式が用いられるということ。そして、不等式の解は、方程式のように一個とは限らないということ。特に、答えは、問題1のように限りがある場合と問題2のように無限個ある場合があるということをやりました。」